第 10 講　3 次の接線と交点について

10　曲線 $C: y=x^3+2x^2+3x+4$ の $x=5$ における接線を l とする．l の方程式を求めよ．また，C と l の交点の x 座標を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第10講　3次の接線と交点について

10 3次関数 $f(x)=x^3+px^2+qx$ (p, q は定数) がある．$x=a$ における曲線 $y=f(x)$ の接線が接点 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$ 以外の点Qで $y=f(x)$ のグラフと交わっているとする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 点Qの x 座標 b を a と p で表せ．

(2) $x=c$ における $y=f(x)$ の接線が点Pを通るような実数 c のうち，$c\neq a$ であるものを a と p で表せ．

(3) $\dfrac{f'(b)-f'(a)}{f'(a)-f'(c)}$ の値を求めよ．

【選択肢】

(1) ㋐ $b=2a+p$　$(a\neq -p)$　　㋑ $b=-\dfrac{a+p}{2}$　$\left(a\neq -\dfrac{1}{3}p\right)$

㋒ $b=-2a-p$　$\left(a\neq -\dfrac{1}{3}p\right)$

(2) ㋐ $c=-\dfrac{a+p}{2}$　$\left(a\neq -\dfrac{1}{3}p\right)$　　㋑ $c=\dfrac{a+p}{2}$　$(a\neq p)$

㋒ $c=-2a-p$　$\left(a\neq -\dfrac{1}{3}p\right)$

(3) ㋐ 2　㋑ 8　㋒ 4

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第10講　3次の接線と交点について

10　曲線 $C: y=x^3+2x^2+3x+4$ の $x=5$ における接線を l とする．l の方程式を求めよ．また，C と l の交点の x 座標を求めよ．

【答】 接線 $l: y=98x-296$，交点の x 座標：-12

【解答】

$x=5$ において $y'=3x^2+4x+3=3\cdot5^2+4\cdot5+3=98$，$y=5^3+2\cdot5^2+3\cdot5+4=194$ より，$x=5$ における接線は

$$y=98(x-5)+194$$

$$\therefore\quad \boldsymbol{y=98x-296}$$

この直線と曲線 C の式を連立すると

$$x^3+2x^2+3x+4=98x-296$$

$$(x-5)^2(x+12)=0$$

よって，交点の x 座標は $\mathbf{-12}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第10講　3次の接線と交点について

10　3次関数 $f(x)=x^3+px^2+qx$ (p, q は定数) がある．$x=a$ における曲線 $y=f(x)$ の接線が接点 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$ 以外の点 Q で $y=f(x)$ のグラフと交わっているとする．このとき，次の問いに答えよ．

(1)　点 Q の x 座標 b を a と p で表せ．

(2)　$x=c$ における $y=f(x)$ の接線が点 P を通るような実数 c のうち，$c\neq a$ であるものを a と p で表せ．

(3)　$\dfrac{f'(b)-f'(a)}{f'(a)-f'(c)}$ の値を求めよ．

【選択肢】

(1)　㋐　$b=2a+p$　$(a\neq -p)$　　㋑　$b=-\dfrac{a+p}{2}$　$(a\neq -\dfrac{1}{3}p)$

㋒　$b=-2a-p$　$(a\neq -\dfrac{1}{3}p)$

(2)　㋐　$c=-\dfrac{a+p}{2}$　$(a\neq -\dfrac{1}{3}p)$　　㋑　$c=\dfrac{a+p}{2}$　$(a\neq p)$

㋒　$c=-2a-p$　$(a\neq -\dfrac{1}{3}p)$

(3)　㋐　2　　㋑　8　　㋒　4

【答】 (1) ㋒　(2) ㋐　(3) ㋒

【解答】

$f(x)=x^3+px^2+qx$ より $f'(x)=3x^2+2px+q$　よって，P における接線は

$$y=(3a^2+2pa+q)(x-a)+a^3+pa^2+qa$$

$$\therefore\ y=(3a^2+2pa+q)x-2a^3-pa^2$$

となる．

(1)　$y=f(x)$ のグラフと上記の接線との交点の x 座標は

$$x^3+px^2+qx=(3a^2+2pa+q)x-2a^3-pa^2$$

$$x^3+px^2-(3a^2+2pa)x+2a^3+pa^2=0$$

$$(x-a)^2(x+2a+p)=0$$

$$x=a,\ -2a-p$$

よって，$b=-2a-p$

題意より $a\neq b$ であるから $p\neq -3a$

$\therefore$　$\boldsymbol{b=-2a-p}$　**(ただし，**$\boldsymbol{a\neq -\dfrac{1}{3}p}$**)**

(2)　(1)を用いると　$a=-2c-p$

$a=c$ とすると $p=-3a$ であるから，

$a\neq c$ より　$\boldsymbol{c=-\dfrac{a+p}{2}}$　**(ただし，**$\boldsymbol{a\neq -\dfrac{1}{3}p}$**)**

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(3)　$f'(b)-f'(a)=(3b^2+2pb+q)-(3a^2+2pa+q)$

$$=3(b-a)(b+a)+2p(b-a)$$
$$=(b-a)\{3(b+a)+2p\}$$
$$=(b-a)\{3(b+a)+(-4a-2b)\}$$
$$=(b-a)^2$$

同様に，$f'(a)-f'(c)=(a-c)^2$ となるので

$$\frac{f'(b)-f'(a)}{f'(a)-f'(c)}=\frac{(b-a)^2}{(a-c)^2}$$
$$=\frac{\{(-2a-p)-a\}^2}{\left\{a-\left(-\frac{a+p}{2}\right)\right\}^2}$$
$$=\frac{(-3a-p)^2}{\left(\frac{3a+p}{2}\right)^2}$$
$$=(-2)^2$$
$$=\mathbf{4}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。